PROPÓSITO: Factorizar, expresiones algebraicas, utilizando el caso 8: cubo perfecto de binomios.

CASO VIII. CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

Una expresión algebraica ordenada con respecto a una letra es un cubo perfecto, si cumple las siguientes condiciones:

1) Tener cuatro términos

2) El primer y último término sean cubos perfectos (tienen raíz cúbica exacta).

3) El segundo término es tres veces el producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del último término.

4) El tercer término sea tres veces, el producto de la raíz del primer término por el cuadrado de la raíz del último término.

5) El primer y tercer términos son positivos, el segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo (positivo o negativo).

Si todos los términos son positivos, el polinomio dado es el cubo de la suma de las raíces cúbicas de los primeros y últimos términos. Y si los términos son alternadamente positivos y negativos el polinomio dado es el cubo de la diferencia de las raíces.

RECUERDA: La raíz cúbica de un monomio se obtiene extrayendo la raíz cúbica de su coeficiente y dividiendo el exponente de cada letra entre 3.

Ejemplo: La raíz cúbica de $8a^3b^6$ es $2ab^2$. Por qué: $(2ab^2) = (2ab^2)(2ab^2)(2ab^2) = 8a^3b^6$

MODELACIÓN

1. Verificar si el siguiente polinomio es cubo perfecto y factorizarlo.

$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

Verificar si la expresión cumple con las anteriores características.

Tiene cuatro términos.

La raíz cúbica de $8x^3$ es $2x$

La raíz cúbica de 1 es 1

$3(2x)^2(1) = 3(4x^2)(1) = 12x^2$, segundo término

$3(2x)(1)^2 = 6x$, tercer término

Cumple las condiciones y como todos sus términos son positivos, entonces la expresión dada es el cubo de $(2x + 1)$. Luego,

$\mathbf{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)^3}$

2. Verificar si el siguiente polinomio es cubo perfecto y factorizarlo.

$8x^6 + 54x^2y^6 - 27y^9 - 36x^4y^3$

Ordenando el polinomio, se tiene: $8x^6 - 36x^4y^3 + 54x^2y^6 - 27y^9$

Verificar si la expresión cumple con las anteriores características.

Tiene cuatro términos.

La raíz cúbica de $8x^6$ es $2x^2$

La raíz cúbica de $27y^9$ es $3y^3$

$3(2x^2)^2(3y^3) = 3(4x^4)(3y^3) = 36x^4y^3$, segundo término

$3(2x^2)(3y^3)^2 = 3(2x^2)(9y^6) = 54x^2y^6$, tercer término

Cumple las condiciones y como todos sus términos son alternadamente positivos y negativos, entonces la expresión dada es el cubo de $(2x^2 - 3y^3)$. Luego,

$8x^6 - 36x^4y^3 + 54x^2y^6 - 27y^9 = (2x^2 - 3y^3)^3$

SIMULACIÓN

Resolver los incisos del 1 al 11 del ejercicio 102 pagina 167 del Algebra de Baldor.

EJERCICIO 102

Factorar por el método anterior, si es posible, las expresiones siguientes, ordenándolas previamente:

1. a^3+3a^2+3a+1.
2. $27-27x+9x^2-x^3$.
3. $m^3+3m^2n+3mn^2+n^3$.
4. $1+3a^2-3a-a^3$.
5. $8+12a^2+6a^4+a^6$.
6. $125x^3+1+75x^2+15x$.
7. $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$.
8. $27m^3+108m^2n+144mn^2+64n^3$.
9. x^3-3x^2+3x+1.
10. $1+12a^2b-6ab-8a^3b^3$.
11. $125a^3+150a^2b+60ab^2+8b^3$.

EJERCITACIÓN

Resolver los incisos del 12 al 22 del ejercicio 102 pagina 167 del Algebra de Baldor.

EJERCICIO 102

Factorar por el método anterior, si es posible, las expresiones siguientes, ordenándolas previamente:

12. $8+36x+54x^2+27x^3$.
13. $8-12a^2-6a^4-a^6$.
14. $a^6+3a^4b^3+3a^2b^6+b^9$.
15. $x^9-9x^6y^4+27x^3y^8-27y^{12}$.
16. $64x^3+240x^2y+300xy^2+125y^3$.
17. $216-756a^2+882a^4-343a^6$.
18. $125x^{12}+600x^8y^5+960x^4y^{10}+512y^{15}$.
19. $3a^{12}+1+3a^6+a^{18}$.
20. $m^3-3am^2n+3a^2mn^2-a^3n^3$.
21. $1+18a^2b^3+108a^4b^6+216a^6b^9$.
22. $64x^9-125y^{12}-240x^6y^4+300x^3y^8$.